

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

**Кафедра теории функций
(ТФ_ФМиИ)**

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__ г.

институт, реализующий ОП ВО

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

**Кафедра теории функций
(ТФ_ФМиИ)**

наименование кафедры

Цих Август Карлович

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__ г.

институт, реализующий дисциплину

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

Дисциплина Б1.О.11 Функциональный анализ

Направление подготовки /
специальность 01.03.02 Прикладная математика и
информатика Профиль 01.03.02.31
Математическое моделирование и

Направленность
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2019

Красноярск 2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

010000 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика Профиль

01.03.02.31 Математическое моделирование и вычислительная

математика

Программу
составили

д.физ.-м. наук, профессор, Шлапунов Александр
Анатольевич

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Познакомить студентов с одним из наиболее эффективным инструментом изучения основных моделей современного естествознания (в частности, интегральных уравнений и краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных) - линейным функциональным анализом.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Дать основы для работы в метрических, нормированных и гильбертовых пространствах. Наибольшее внимание уделяется операторному подходу и методам построения точных и приближенных решений операторных уравнений

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ОПК-1:Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
--

ОПК-1.1:Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности
--

ОПК-1.2:Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина является базовой.

Для ее успешного изучения студентам необходимо освоить следующие дисциплины:

1. Математический анализ.

Дифференциальное исчисление функций одной переменной: вещественные числа, верхние и нижние грани множеств, предел последовательности, функции и их пределы, непрерывность функции, равномерная непрерывность, производная и дифференциал, теоремы о среднем, правило Лопиталю, формула Тейлора, монотонность, экстремумы функций.

Интегральное исчисление функций одной переменной: первообразная и неопределенный интеграл, определенный интеграл, несобственные интегралы, числовые ряды, функциональные

последовательности и ряды, степенные ряды, ряды Фурье.

Дифференциальное исчисление функции многих переменных: множества на плоскости и пространстве, открытые, замкнутые и компактные множества, предел последовательности точек, функции и их пределы, непрерывность функции, равномерная непрерывность, частные производные и дифференциал, формула Тейлора, экстремумы функций, неявные функции.

Интегральное исчисление функций многих переменных: мера, площадь, объем, интеграл, сведение кратного интеграла к повторному, несобственные интегралы, криволинейные интегралы, теория поверхностей, поверхностные интегралы, скалярные и векторные поля, интегралы, зависящие от параметра, интеграл Фурье.

2. Линейная алгебра.

Векторная алгебра: векторы, системы координат, скалярное и векторные произведения.

Системы уравнений и матрицы: матрицы, детерминанты, системы линейных уравнений, ранг матрицы, умножение матриц.

Линейные пространства: линейная зависимость, подпространства, линейные отображения, собственные векторы.

Евклидовы пространства: скалярное произведение, угол между векторами.

Функции на линейном пространстве: линейные функции, квадратичные формы, эрмитовы формы.

Алгебраические структуры: кольца, поля, алгебры.

Комплексные числа и многочлены. Корни многочленов.

3. Аналитическая геометрия.

Метод координат.

4. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Теорема Коши-Пикара.

Данная дисциплина имеет тесную связь с курсом «Уравнения математической физики» и является одной из основных для него. Она является основной для дисциплины «Методы теории гильбертовых пространств» магистратуры по данному направлению подготовки.

1.5 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

<https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=13937>

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		5	6
Общая трудоемкость дисциплины	7 (252)	3 (108)	4 (144)
Контактная работа с преподавателем:	3,89 (140)	2 (72)	1,89 (68)
занятия лекционного типа	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
занятия семинарского типа			
в том числе: семинары			
практические занятия	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
практикумы			
лабораторные работы			
другие виды контактной работы			
в том числе: групповые консультации			
индивидуальные консультации			
иная внеаудиторная контактная работа:			
групповые занятия			
индивидуальные занятия			
Самостоятельная работа обучающихся:	2,11 (76)	1 (36)	1,11 (40)
изучение теоретического курса (ТО)			
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)			
реферат, эссе (Р)			
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет	Нет
Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)	1 (36)		1 (36)

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад. час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад. час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад. час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Метрические пространства	14	14	0	0	
2	Линейные метрические пространства и функционалы	26	26	0	36	
3	Линейные операторы в нормированных пространствах	14	14	0	0	
4	Линейные операторы в пространствах Гильберта	16	16	0	40	
Всего		70	70	0	76	

3.2 Занятия лекционного типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Метрика. Метрические пространства.	2	0	0
2	1	Непрерывные отображения метрических пространств. Последовательности точек метрических пространств.	2	0	0

3	1	Открытые и замкнутые множества	2	0	0
4	1	Плотные подмножества, сепарабельные пространства. Полные пространства.	2	0	0
5	1	Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра.	2	0	0
6	1	Пополнение пространства.	2	0	0
7	1	Принцип сжимающих отображений и его применение	2	0	0
8	2	Нормированные пространства. Евклидовы пространства	2	0	0
9	2	Ортогональные векторы. Коэффициенты Фурье. Неравенство Бесселя	2	0	0
10	2	Полные и замкнутые ортогональные системы. Теорема Рисса-Фишера. Теорема об изоморфизме.	2	0	0
11	2	Подпространства, ортогональные дополнения. Теорема о прямой сумме	2	0	0
12	2	Функционалы. Однородные, выпуклые и линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха	2	0	0
13	2	Непрерывные линейные функционалы. Ограниченность, норма функционала, непрерывность.	2	0	0
14	2	Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство.	2	0	0

15	2	Теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала на полном евклидовом пространстве.	2	0	0
16	2	Второе сопряженное пространство. Рефлексивность.	2	0	0
17	2	Слабая сходимость в нормированном пространстве. *-слабая сходимость	2	0	0
18	2	Обобщенные функции и их основные свойства	2	0	0
19	2	Компактные множества в нормированных пространствах. Теорема Вейерштрасса	2	0	0
20	2	Характеризация компактных множеств. Теорема Хаусдорфа. Теорема Арцела.	2	0	0
21	3	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора	2	0	0
22	3	Пространство линейных ограниченных операторов. Компактные операторы. Пространство компактных ограниченных операторов	2	0	0
23	3	Операторные уравнения. Корректность по Адамару. Обратный оператор	2	0	0
24	3	Сопряженный оператор. Лемма об аннуляторе ядра.	2	0	0
25	3	Непрерывная обратимость. Теорема Банаха об обратном операторе	2	0	0

26	3	Спектр оператора. Резольвента. Теорема о спектре	2	0	0
27	3	Собственные значения и собственные векторы компактного оператора.	2	0	0
28	4	Сопряженный оператор в евклидовых пространствах. Лемма об аннуляторе ядра	2	0	0
29	4	Самосопряженные операторы и их спектр.	2	0	0
30	4	Теорема Гильберта-Шмидта	2	0	0
31	4	Следствия из теоремы Гильберта-Шмидта и ее применения	2	0	0
32	4	Операторные уравнения второго рода. Теоремы Фредгольма.	2	0	0
33	4	Следствия из теорем Фредгольма и их применения.	2	0	0
34	4	Линейные интегральные уравнения второго рода. Операторы Гильберта-Шмидта в пространстве Лебега	2	0	0
35	4	Уравнения с вырожденными ядрами.	2	0	0
Всего			70	0	0

3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Метрика. Метрические пространства.	2	0	0
2	1	Непрерывные отображения метрических пространств. Последовательности точек метрических пространств.	2	0	0
3	1	Открытые и замкнутые множества	2	0	0

4	1	Плотные подмножества, сепарабельные пространства. Полные пространства.	2	0	0
5	1	Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра.	2	0	0
6	1	Пополнение пространства.	2	0	0
7	1	Принцип сжимающих отображений и его применение	2	0	0
8	2	Нормированные пространства. Евклидовы пространства	2	0	0
9	2	Ортогональные векторы. Коэффициенты Фурье. Неравенство Бесселя	2	0	0
10	2	Полные и замкнутые ортогональные системы. Теорема Рисса-Фишера. Теорема об изоморфизме.	2	0	0
11	2	Подпространства, ортогональные дополнения. Теорема о прямой сумме	2	0	0
12	2	Функционалы. Однородные, выпуклые и линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха	2	0	0
13	2	Непрерывные линейные функционалы. Ограниченность, норма функционала, непрерывность.	2	0	0
14	2	Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство.	2	0	0
15	2	Теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала на полном евклидовом пространстве.	2	0	0
16	2	Второе сопряженное пространство. Рефлексивность.	2	0	0

17	2	Слабая сходимость в нормированном пространстве. *-слабая сходимость	2	0	0
18	2	Обобщенные функции и их основные свойства	2	0	0
19	2	Компактные множества в нормированных пространствах. Теорема Вейерштрасса	2	0	0
20	2	Характеризация компактных множеств. Теорема Хаусдорфа. Теорема Арцела.	2	0	0
21	3	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора	2	0	0
22	3	Пространство линейных ограниченных операторов. Компактные операторы. Пространство компактных ограниченных операторов	2	0	0
23	3	Операторные уравнения. Корректность по Адамару. Обратный оператор	2	0	0
24	3	Сопряженный оператор. Лемма об аннуляторе ядра.	2	0	0
25	3	Непрерывная обратимость. Теорема Банаха об обратном операторе	2	0	0
26	3	Спектр оператора. Резольвента. Теорема о спектре	2	0	0
27	3	Собственные значения и собственные векторы компактного оператора.	2	0	0
28	4	Сопряженный оператор в евклидовых пространствах. Лемма об аннуляторе ядра	2	0	0
29	4	Самосопряженные операторы и их спектр.	2	0	0
30	4	Теорема Гильберта-Шмидта	2	0	0

31	4	Следствия из теоремы Гильберта-Шмидта и ее применения	2	0	0
32	4	Операторные уравнения второго рода. Теоремы Фредгольма.	2	0	0
33	4	Следствия из теорем Фредгольма и их применения.	2	0	0
34	4	Линейные интегральные уравнения второго рода. Операторы Гильберта-Шмидта в пространстве Лебега	2	0	0
35	4	Уравнения с вырожденными ядрами.	2	0	0
Всего			70	0	0

3.4 Лабораторные занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
Всего					

4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Шлапунов А. А., Федченко Д. П., Трутнев В. М.	Функциональный анализ: метод. указ. по выполнению самостоят. работы	Красноярск: СФУ, 2012

5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год

Л1.1	Треногин В. А., Писаревский Б. М., Соболева Т. С.	Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие для студентов университетов по специальности "Математика" и "Прикладная математика"	Москва: Физматлит, 2002
Л1.2	Колмогоров А. Н., Фомин С. В.	Элементы теории функций и функционального анализа	Москва: Физматлит, 2004
Л1.3	Шлапунов А. А., Работин В. В., Садыков Т. М.	Функциональный анализ: конспект лекций	Красноярск: Сибирский федеральный университет [СФУ], 2011
6.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Треногин В. А.	Функциональный анализ: учебник для студентов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"	Москва: Физматлит, 2007
Л2.2	Шлапунов А. А., Работин В. В., Садыков Т. М.	Функциональный анализ. Операторные уравнения: учебное пособие	Красноярск: СФУ, 2011
6.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Шлапунов А. А., Федченко Д. П., Трутнев В. М.	Функциональный анализ: метод. указ. по выполнению самостоят. работы	Красноярск: СФУ, 2012

8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины прилагаются к рабочей программе дисциплины отдельным документом, в том числе, включающим в себя указания по организации самостоятельной работы обучающихся, а также указания по организации работы на занятиях, проводимых в инновационных формах обучения. Методические указания разработаны согласно требованиям СФУ по разработке и структуре УМК дисциплины.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации в зависимости от нозологии:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа

9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

9.1 Перечень необходимого программного обеспечения

9.1.1	Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.
-------	--

9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

9.2.1	Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.
-------	---

10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, укомплектованные мебелью и техническими средствами обучения (меловые и маркерные доски, мел или маркер). Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.